# 神経ネットワークモデルの秩序とカオス(カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

佐藤, 和弘; 百瀬, 洋一

CITATION:

佐藤, 和弘 ...[et al]. 神経ネットワークモデルの秩序とカオス(カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1985, 44(2): 348-350

ISSUE DATE:

1985-05-20

URL:

http://hdl.handle.net/2433/91570

から間欠カオスへの分岐及び概周期性のくずれ）及び，より大局的に見た場合の「同期－カオス交代転移」の存在を明らかにした。更に，強制振動に対する微少な白色ガウス雑音電流の効果を調べ，雑音に起因して同期振動から一見カオス的な振動が生成される例及び逆に雑音により，カオス振動の相空間での軌道のバラツキが減少する例を示した。

## 参考文献


1) A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, J. Physiol. **117** (1952) 500.
2) K. Aihara and G. Matsumoto, J. Theor. Biol. **95** (1982) 697.
3) G. Matsumoto, K. Aihara, M. Ichikawa and A. Tasaki, J. Theor. Neurobiol. 3 (1984) 1.
4) K. Aihara, G. Matsumoto and Y. Ikegaya, J. Theor. Biol. **109** (1984) 249.
5) K. Aihara and G. Matsumoto, to appear in *Chaos – an Introduction* (ed. A. V. Holden, Manchester Univ. Press).


# 神経ネットワークモデルの秩序とカオス

電通大物工　佐藤和弘，百瀬洋一

神経ネットワーク系の数理モデルとして最も簡単なMcCulloch-Pitts方程式を，計算機でシミュレートし，非線型系に特有の秩序構造やカオス的振舞いが見られるかどうかを調べた。

ネットワークは$N$個の神経細胞（ニューロン）からなり，$i$番目のニューロンの電位を$x_i$と書く。各ニューロンは時間間隔$\tau$で同期して発火するとし，基礎方程式

$$(1)\qquad x_i(t+\tau)=\theta\left[\sum_j C_{ij}x_j(t)-T_i\right]$$

を設定する。$\theta$は階段関数であり，$x_i$は0（静止）または1（発火）のいずれかの値をとる。$C_{ij}$は結合定数で$j$から$i$ニューロンへ軸索が伸び結合が作られている時，送り手$j$が興奮性か抑制性ニューロンかに応じて正または負の適当な値をとる。$T_i$は発火のしきい値である。我々のモデルでは，各ニューロンは$n$本の軸索を伸ばし相手ニューロンとランダムに結合するとし，かつ$C_{ij}=C_j$（結合定数は送り手のみで決まる）としている。さらに$C_j$には$[-W, W]$を$N$等分した値を割り振り，$T_i\equiv T_0$とした（以下，このモデルをrandom neural network model RNNMと呼ぶ）。

最初$N_0$個のニューロンをランダムに選んで発火させ(1)式をシミュレートすると，やがて周期解に収束する（ネットワークに規則的な興奮が励起される）か，全ニューロンが静止する（自然鎮火）かのいずれかが起こる。初期条件を様々に変え，ネットワークに励起される周期解の種類と頻度を，しきい値（$W/T_0$）をパラメータとして調べた結果の例を図1(i)(ii)に示す。ここでは，$N=100$，$n=4$のRNNMを二種作って，$N_0=25$の$10^3$通りの初期条件から出発して解の出現頻度を計算している。2a，4b等の記号はそれぞれ2周期，4周期解を意味し，a，bの添字は同一周期での解の種類を区別する。(i)(ii)のいずれの場合も出現する解の種類は驚く程少なく（$W/T_0$を固定すれば最大でも10種程度），かつしきい値の広い範囲で高頻度で現われる主要かつ安定な解（(i)の4a→…→4g，(ii)の3a及び1a→…→1e)の存在が判る。(i)は準安定な解と言うべき2c→…→2bを伴なう。なお解の流れが合流したり分裂したりする所（(i)の$W/T_0$＝50/15，50/12，50/3，(ii)の50/26，50/21，50/4）では，一般に各周期解の平均発火ニューロン数が階段状に大きく増加する。解の種類が多くやや混沌とした領域も短区間ある。上述の定性的傾向は(i)(ii)の例に限らず，我々の調べたRNNM系に多かれ少なかれ共通するものであった。ネットワーク個々の個性はかなり強いが，主要かつ安定な周期解（リミットサイクルに相当）が励起されるという意味でRNNMは秩序構造を持つと言ってよい。一方，カオスを予想させる長大な周期（$N=100$なら$2^{100}$以下ではあるが）は結局得られなかった。(i)(ii)の例ではしきい値0付近で35，24周期解が現われるが，この程度の長周期は$W/T_0$が3付近で得られる例もあり特別のものでない。

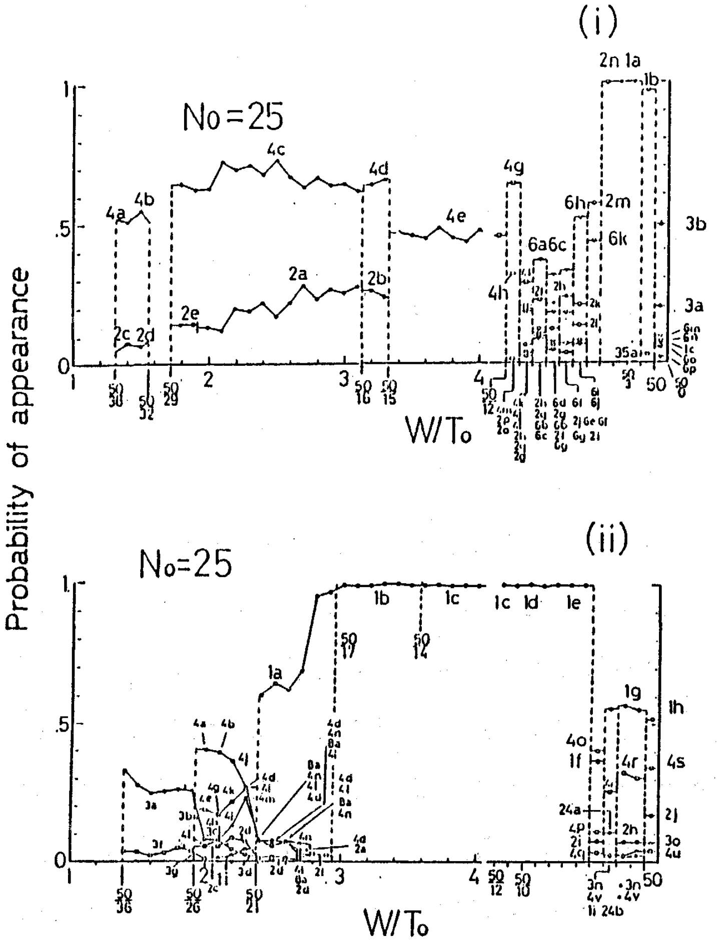


図1

次にRNNMの統計的性質を調べた。図2は(i)(ii)のようなネットワークを$10^3$個作り，1～10周期解の出現頻度を平均したものである。解は$W/T_0=1.3$付近から有限の頻度で現われ，しきい値の減少とともに1周期解は0.26，4周期解は0.12付近まで単調増加する。2及び3

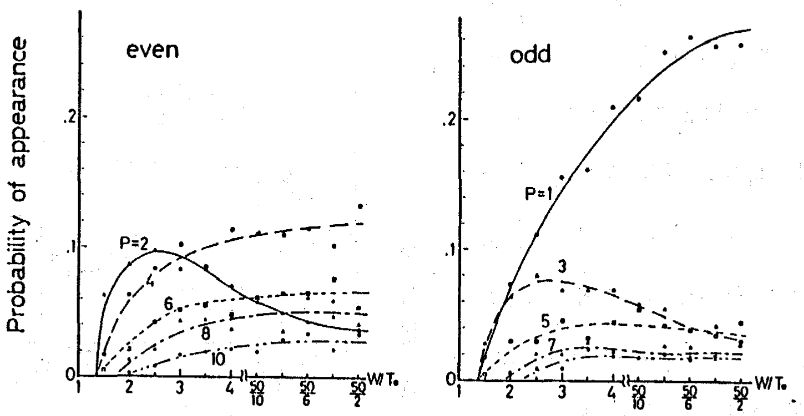


図2

周期解は最大値を経て0.04付近に落ち着く。他の解はそれぞれの値に飽和する傾向を示す。なお参考のためニューロンを正方格子に並べ，最近接間を複線の軸索で結合したネットワーク（周期的境界条件付加）の統計的性質を調べた所，4周期解が圧倒的に多く（頻度0.5に達する）他の偶数周期解は最大でも0.1程度，奇数周期解は無視し得る程少なかった（その後，複線の軸索結合がこの状況をもたらす主要因であることが判った）。

最後に結合定数 $C_j$ やしきい値 $T_0$ に揺らぎを導入したり，いくつかのニューロンを欠落させたRNNMの振舞いを調べた所，このような摂動に対しネットワークの秩序構造は予想以上にrigidに保持されることが判明した。

# 位相乱流方程式に関するコメント

京大・基研　蔵　本　由　紀

方程式

$$\dot{\phi} = \nu\phi_{xx} + \mu\phi_x^2 - \lambda\phi_{xxxx}, \quad \lambda > 0 \tag{1}$$

は，$\nu < 0$ の場合には空間的時間的カオス，即ち乱流を示す最も単純な非線形偏微分方程式として知られ,[1] その詳しい数値解析（システム長 $L$ の関数としてのリヤプノフ・スペクトル，リヤプノフ次元，エントロピー等）が実行されている。[2] $\nu > 0$ の場合には $\phi_{xxxx}$ 項は重要でなく，バーガース方程式と等価な非線形拡散方程式

$$\dot{\phi} = \nu\phi_{xx} + \mu\phi_x^2 \tag{1$'$}$$